**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
 FACULTAD DE INGENIERÍA  
 <75.12> ANÁLISIS NUMÉRICO**



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **DATOS DEL TRABAJO PRÁCTICO** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| 2 | | | | | | | 2 | | 0 | | | 1 | | 6 | | | Análisis profundizado de algoritmia | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| AÑO | | | | | | | | | | para la resolución de un mismo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | | | problema a partir de un nuevo modelo | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| TP NRO | | | | | | | CUAT | | | | | | | | | | TEMA | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **INTEGRANTES DEL GRUPO** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| 7 | | | | | | | M | | e | | | r | | l | | | o | |  | | L | | e | | i | | v | | a | |  | | | N | | a | | | h | | u | | e | | l | |  | |  | |  | | 9 | | 2 | | 1 | | 1 | | 5 | |
| APELLIDO Y NOMBRE | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | PADRÓN | | | | | | | | | |
| C | | o | | | z | | z | | | a | |  | | F | | a | | b | | r | | i | | z | | | i | | o | | |  | | L | | u | | i | | s | |  | |  | | 9 | | 7 | | 4 | | 0 | | 2 | |
| GRUPO | | | | | | | APELLIDO Y NOMBRE | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | PADRÓN | | | | | | | | | |
| **DATOS DE LA ENTREGA** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
|  |  |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | 1 | | | 5 | | 0 | 6 | | 2 | | 0 | | 1 | | 6 | |  | |  | | 0 | | 6 | | 2 | | 0 | | 1 | | 6 |
| ARCHIVO | | | | | | | | | | | | | | | | NRO CONTROL | | | | | | | | | | | | | | | | FECHA VENC | | | | | | | | | | | | | | | | FECHA ENTR | | | | | | | | | | | | | | |
| **CORRECCIONES** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | |  | |  |  | | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| FECHA | | | | | | | | | | | NOTA | | | | | | | | | | | | | OBSERVACIONES | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| DOCENTE | | | | | | | | | | | FIRMA | | | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Introducción

En la actualidad, científicos e ingenieros trabajan en problemas cada vez más complejos. En general se requiere el uso de computadoras para estudiar modelos matemáticos a través del uso de la algoritmia.

Mediante esta metodología, una computadora es capaz de calcular aproximaciones a la solución de un problema determinado. Debido a que la aritmética con que opera tiene precisión finita, pueden introducirse errores de redondeo y truncamiento en las operaciones efectuadas.

Entonces, es inevitable pensar en la utilización de algoritmos simples para reducir el tiempo de cómputo, uso de memoria como también de errores.

Objetivos

* A partir de los resultados del trabajo práctico número 1 (TP1), realizar un análisis más exhaustivo a partir de la interpretación del cálculo, desarrollo y resultado del problema presentado teniendo en cuenta en el análisis teórico sus errores, estabilidad, orden y convergencia de los algoritmos presentados.
* A partir del cambio del modelo del problema matemático respecto del TP1, implementar algoritmos propuestos que permitan calcular la resolución del problema del movimiento de un cuerpo celeste respecto de otro y su precesión, mediante los hallazgos de Newton y el término propuesto por Einstein.

Resumen

En primer lugar, a partir de los resultados obtenidos en el TP1, se realizarán cálculos de los semiejes, periodo y un cociente determinado por las leyes de Kepler, para analizar el cumplimento de las mismas y la convergencia de los métodos utilizados, siendo el algoritmo uno el método de Euler implícito y el algoritmo dos el método de Runge-Kutta 4. También a partir de diferenciación numérica se analizara la conservación de la energía del sistema.

Luego, en una segunda parte se desarrollarán dos algoritmos modificados respecto de los propuestos en el TP1 para aplicar la resolución al problema propuesto por Einstein (cambio de modelo).

Durante el desarrollo se realizaran cálculos para la obtención termino llamado precesión, como también cálculos para la energía y el tiempo de corrida del algoritmo entre otros parámetros no tan principales como estos, aumentando cada vez el “paso”, siendo cada uno al menos un orden de magnitud superior al previo. Finalmente llegando a la obtención de conclusiones respecto a su precesión y orden a través del análisis teórico e interpretación de gráficos.

A: Análisis clásico de orbitas – Leyes de Kepler

En esta sección se analizará, a partir de resultados del TP1, la cuadratura y la diferenciación numérica, la convergencia de los resultados a calcular, como también el cumplimiento de las leyes de Kepler y la conservación de la energía.

A.1: Primera Ley de Kepler (Algoritmo 1)

**Primera ley** (1609): "*Todos los planetas se desplazan alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas. El Sol se encuentra en uno de los focos de la elipse*".

Cálculos del semieje mayor de la órbita Mustafar a partir de los resultados del TP1:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Semieje mayor aproximado ()** | **Error del semieje mayor (∆a)** | **Semieje mayor (a)**  **(a =** ± **∆a)** |
| 1,00E+02 |  |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |  |

**Análisis y orden de la convergencia**

Como los métodos fueron convergentes en el TP1, se da la siguiente definición para el cálculo de la convergencia según corresponda la variable durante todo el TP2:

Siendo el orden de convergencia, y ∆x el error de la variable a analizar en cierto k grande (últimos resultados).

Cálculos del semieje menor de la órbita Mustafar a partir de los resultados del TP1:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Semieje menor aproximado ()** | **Error del semieje menor (∆b)** | **Semieje menor (b)**  **(b =** ± **∆b)** |
| 1,00E+02 |  |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |  |

**Análisis y orden de la convergencia**

A partir de los resultados obtenidos se ve que el método converge, y si analizáramos el orden de convergencia, converge en el orden de

**FINALMENTE: ¿CUMPLE LA PRIMERA LEY? Debería ser parecido pero no exactamente elíptica según el paso y el algoritmo**

A.2: Segunda Ley de Kepler (Algoritmo 1)

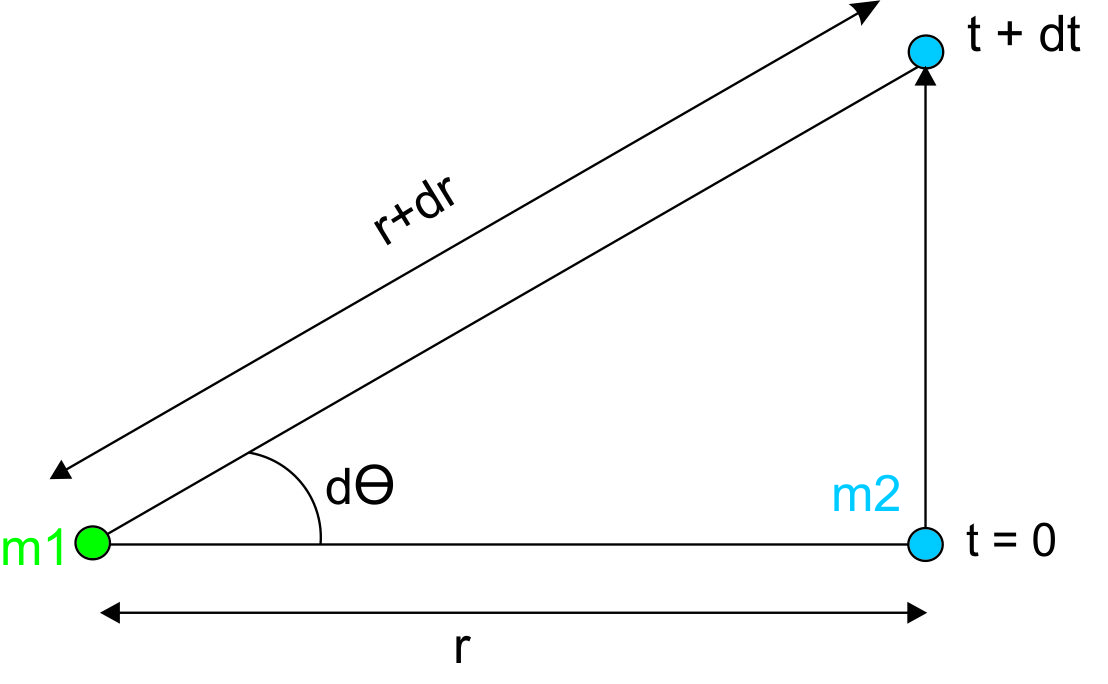
**Segunda ley** (1609): "*El radio vector que une un planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales*".

Se propone la siguiente ecuación para el análisis del cumplimiento de la segunda ley en la órbita Mustafar:

Donde *dA* es el área barrida por el radio vector desde la estrella al planeta en el tiempo *dt* y h el momento angular especifico.

A partir de cuadratura numérica la idea es llegar al resultado del periodo tal que:

Siendo T el periodo y el área barrida de una órbita, que mediante el siguiente esquema:



Considerando dr chico y

Como el algoritmo uno programa el método de Euler Inverso de (orden uno), se podrán usar métodos de cuadratura numérica para la resolución respecto al orden correspondiente, por lo cual sería coincidente utilizar cuadratura numérica por medio de intervalos regulares estrechos a través del método de rectángulo.

Utilizando este **método** se llega a los siguientes resultados:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Área aproximada ()** | **Error del área(∆)** | **Área ()**  **( =** ± **∆)** |
| 1,00E+02 |  |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Período aproximada ()** | **Error del período (∆T)** | **Período (T)**  **(T =** ± **∆T)** |
| 1,00E+02 |  |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |  |

**Análisis y orden de la convergencia**

A partir de los resultados obtenidos se ve que el método converge y si analizáramos el orden de convergencia, converge en el orden de

**FINALMENTE: ¿CUMPLE LA SEGUNDA LEY? No debería, por lo menos no exactamente**

A.3: Tercera Ley de Kepler (Algoritmo 1)

**Tercera ley** (1618): "*Para cualquier planeta, el cuadrado de su período orbital es directamente proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor de su órbita elíptica*".

Se analizará a través de la obtención de una constante por medio del cociente:

Donde es el semieje mayor calculado de la órbita para cada N.

Se llega a los siguientes resultados:

|  |  |
| --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Cociente** |
| 1,00E+02 |  |
| 1,00E+03 |  |
| 1,00E+04 |  |
| 1,00E+05 |  |
| 1,00E+06 |  |
| **1,00E+07** |  |
| 1,00E+08 |  |
| 1,00E+09 |  |
| 1,00E+10 |  |
| 1,00E+11 |  |

**Análisis y orden de la convergencia**

A partir de los resultados obtenidos se ve que el método converge **(A UNA CONSTANTE)** y si analizáramos el orden de convergencia, converge en el orden de

**FINALMENTE: ¿CUMPLE LA TERCERA LEY? Si debería**

A.4: Integral de energía del sistema (Algoritmo 1)

Se analizará la conservación de la energía del sistema a través de su fórmula correspondiente, a partir de la diferenciación numérica:

Donde , siendo la aproximación numérica de con y siendo

Como ya fue mencionado en la sección A.2, este algoritmo posee orden uno, por lo cual deberá realizarse una diferenciación numérica acorde al orden especificado, siendo la resolución una posible derivada en atraso o en adelanto.

Se llega a los siguientes resultados:

|  |  |
| --- | --- |
| **PASOS (N)** |  |
| 1,00E+02 |  |
| 1,00E+03 |  |
| 1,00E+04 |  |
| 1,00E+05 |  |
| 1,00E+06 |  |
| **1,00E+07** |  |
| 1,00E+08 |  |
| 1,00E+09 |  |
| 1,00E+10 |  |
| 1,00E+11 |  |

**Realizar un gráfico superpuesto de la soluciones de energía para las primeras 3 Ns. ¿SE CONSERVA En? Si debería y explicar resultados**

A.5: Primera Ley de Kepler (Algoritmo 2)

La resolución es análoga al ítem A.1.

Cálculos del semieje mayor de la órbita Mustafar a partir de los resultados del TP1:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Semieje mayor aproximado ()** | **Error del semieje mayor (∆a)** | **Semieje mayor (a)**  **(a =** ± **∆a)** |
| 1,00E+02 |  |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |  |

Cálculos del semieje menor de la órbita Mustafar a partir de los resultados del TP1:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Semieje menor aproximado ()** | **Error del semieje menor (∆b)** | **Semieje menor (b)**  **(b =** ± **∆b)** |
| 1,00E+02 |  |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |  |

**Análisis y orden de la convergencia**

A partir de los resultados obtenidos se ve que el método converge, y si analizáramos el orden de convergencia, converge en el orden de

**FINALMENTE: ¿CUMPLE LA PRIMERA LEY? Debería ser parecido pero no exactamente elíptica según el paso y el algoritmo y para este caso, una mejor aproximación porque es un runge kutta 4 de orden 4.**

A.6: Segunda Ley de Kepler (Algoritmo 2)

La resolución es análoga al ítem A.2 pero como el algoritmo 2 programa el método de Runge-Kutta 4 de (orden cuatro), se podrán usar métodos de cuadratura numérica para la resolución respecto al orden correspondiente, por lo cual sería coincidente utilizar cuadratura numérica por método de Simpson o Romberg 2.

Utilizando este **método** se llega a los siguientes resultados:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Área aproximada ()** | **Error del área(∆)** | **Área ()**  **( =** ± **∆)** |
| 1,00E+02 |  |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Período aproximada ()** | **Error del período (∆T)** | **Período (T)**  **(T =** ± **∆T)** |
| 1,00E+02 |  |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |  |

**Análisis y orden de la convergencia**

A partir de los resultados obtenidos se ve que el método converge y si analizáramos el orden de convergencia, converge en el orden de

**FINALMENTE: ¿CUMPLE LA SEGUNDA LEY? No debería, por lo menos no exactamente**

A.7: Tercera Ley de Kepler (Algoritmo 2)

La resolución es análoga al ítem A.3.

Se llega a los siguientes resultados:

|  |  |
| --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Cociente** |
| 1,00E+02 |  |
| 1,00E+03 |  |
| 1,00E+04 |  |
| 1,00E+05 |  |
| 1,00E+06 |  |
| **1,00E+07** |  |
| 1,00E+08 |  |
| 1,00E+09 |  |
| 1,00E+10 |  |
| 1,00E+11 |  |

**Análisis y orden de la convergencia**

A partir de los resultados obtenidos se ve que el método converge **(A UNA CONSTANTE)** y si analizáramos el orden de convergencia, converge en el orden de

**FINALMENTE: ¿CUMPLE LA TERCERA LEY? Si debería**

A.8: Integral de energía del sistema (Algoritmo 2)

La resolución es análoga al ítem A.4 pero como ya fue mencionado en la sección A.6, este algoritmo posee orden cuatro, por lo cual deberá realizarse una diferenciación numérica acorde al orden especificado, siendo la resolución una posible aproximación por polinomios de Taylor o por medio del método de Richardson.

Se llega a los siguientes resultados:

|  |  |
| --- | --- |
| **PASOS (N)** |  |
| 1,00E+02 |  |
| 1,00E+03 |  |
| 1,00E+04 |  |
| 1,00E+05 |  |
| 1,00E+06 |  |
| **1,00E+07** |  |
| 1,00E+08 |  |
| 1,00E+09 |  |
| 1,00E+10 |  |
| 1,00E+11 |  |

**Realizar un gráfico superpuesto de la soluciones de energía para las primeras 3 Ns. ¿SE CONSERVA En? Si debería y explicar resultados**

B: Análisis relativista de orbitas – Leyes de Einstein

En esta sección se utilizará, a través de un cambio de modelo respecto del TP1, dos nuevos algoritmos generalizados con el objetivo, en un principio, de validar como también calcular un nuevo termino llamado precesión. Luego se averiguara la integral de energía del sistema para comprar con el resultado clásico y se analizará si los algoritmos nuevos son útiles para la resolución de este problema.

B.1: Algoritmo 1-GR, precesión y su respectiva validación

La ley de gravitación de Newton propone una solución al problema del movimiento de cuerpos celestes, siendo este acotado a un plano.

Utilizando un sistema de coordenadas polares con origen en uno de los cuerpos y teniendo en cuenta esta vez las leyes de Einstein (hay un cambio de modelo matemático respecto del TP1), el movimiento del otro cuerpo puede ser representado por las siguientes ecuaciones:

(1)

, (2)

, (3)

La idea es mostrar el modelo relativista planteado por Einstein para luego mostrar las soluciones por medio de algoritmia, independientemente de los parámetros especificados.

Los algoritmos a desarrollar se calcularan con simple precisión y utilizan las mismas variables del TP1 excepto por la aparición de la velocidad de la luz que está determinada por

c = 3x108 m/s

Su desarrollo está dado por el siguiente pseudocódigo:

**Algoritmo 1-GR**

Desde a N - 1

Avanzar n

Debido a que la precesión es un corrimiento en el ángulo barrido por el planeta luego de 1 órbita completa, en este inciso se realizará una validación del valor teórico calculado de la precesión para el sistema Sol-Mercurio, siendo este valor (precesión), por medio de la consideración de utilizar un N adecuado y lo suficientemente grande tal que se puedan obtener soluciones confiables teniendo en cuenta el análisis en el inciso B.8 del TP1, evitando la cancelación de términos dependiente del k obtenido según el paso, como también tener en cuenta la capacidad de cálculo del PC y la precisión. Se modificará únicamente para este caso el valor de la variable , que solo en este inciso será . También, por la misma razón del corrimiento se deberá realizar una interpolación debido a que por el análisis numérico la órbita posiblemente no vuelva al mismo lugar donde comenzó y se deberá interpolar entre los 3 puntos más próximos al inicio para deducir la precesión.

**¿VALIDA?**

B.2: Cálculo de la precesión Estrella-Mustafar (Algoritmo 1-GR)

Aquí el valor de vuelve a ser el establecido en el TP1. Y se calculó la precesión para este caso dando los siguientes resultados:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Precesión aproximada ()** | **Error de la precesión (∆)** | **Precesión ()**  **( =** ± **∆)** |
| 1,00E+02 |  |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |  |

B.3: Integral de energía del sistema (Algoritmo 1-GR)

La resolución es similar al ítem A.4 para el cálculo de la energía pero como este algoritmo es otro, se tienen diferentes resultados, aunque igualmente se sigue poseyendo orden uno, por lo cual deberá realizarse una diferenciación numérica acorde al orden especificado, siendo la resolución una posible derivada en atraso o en adelanto.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** |  |  |
| 1,00E+02 |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |

**Realizar grafico En vs On y comparar con el resultado clásico.**

B.4: Análisis de aptitud del algoritmo 1-GR

**Hay que mencionar que el termino nuevo agregado es muy pequeño así que se debe tener mucho en cuenta la precesión ya que es de orden 1 este algoritmo y podría no ser eficiente para este caso.**

B.5: Algoritmo 2-GR, precesión y su respectiva validación

Este inciso es análogo al B.1 pero con la generalización del algoritmo 2 del TP1.

Su desarrollo está dado por el siguiente pseudocódigo:

**¿VALIDA?**

**Algoritmo 2-GR**

Desde a N - 1

Avanzar n

B.6: Cálculo de la precesión Estrella-Mustafar (Algoritmo 2-GR)

Inciso análogo al B.2. Se calculó la precesión para este caso dando los siguientes resultados:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** | **Precesión aproximada ()** | **Error de la precesión (∆)** | **Precesión ()**  **( =** ± **∆)** |
| 1,00E+02 |  |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |  |

B.7: Integral de energía del sistema (Algoritmo 2-GR)

La resolución es similar al ítem B.3 para el cálculo de la energía pero como este algoritmo es otro, se tienen diferentes resultados, aunque igualmente se sigue poseyendo orden cuatro, por lo cual deberá realizarse una diferenciación numérica acorde al orden especificado, siendo la resolución una posible aproximación por polinomios de Taylor o por medio del método de Richardson.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **PASOS (N)** |  |  |
| 1,00E+02 |  |  |
| 1,00E+03 |  |  |
| 1,00E+04 |  |  |
| 1,00E+05 |  |  |
| 1,00E+06 |  |  |
| **1,00E+07** |  |  |
| 1,00E+08 |  |  |
| 1,00E+09 |  |  |
| 1,00E+10 |  |  |
| 1,00E+11 |  |  |

**Realizar grafico En vs On y comparar con el resultado clásico.**

B.8: Análisis de aptitud del algoritmo 2-GR

**Hay que mencionar que el termino nuevo agregado es muy pequeño asi que se debe tener mucho en cuenta la precesión ya que es de orden 1 este algoritmo y podría no ser eficiente para este caso.**

Conclusión

Anexo I: Código fuente

Anexo II: Salida